华询教育2015秋季班高二数学期中考试试卷

辅导站（　　　）　班级（　　　　）　姓名（　　　　）

－－－－－－－－－－－－－－－－－－－装订线－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－

试卷由基础分（100）＋附加分（20），满分（120）分，考试时间（80）分钟
注意：考生务必按答题要求在答题纸规定位置上作答，在草稿纸、本试卷上答题一律无效

一、填空题（本大题共12小题，每小题3分，满分36分）．

1. 已知二元一次方程组的增广矩阵为$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 8 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$，则此方程组的解集为________.

2. 已知数列$\{a_n\}$的前n项和$S_n=3+2^n$，则$a_n=$___________。

3. 在行列式$\begin{vmatrix} 2 & -4 & \pi \\ 5 & -3 & -1 \\ 1 & e & 3 \end{vmatrix}$中，元素5的代数余子式的值为___________.

4. $\vec{e}$是单位向量，向量$\vec{a}$与$\vec{e}$的夹角是45°，且$|\vec{a}|=6$，则向量$\vec{a}$在$\vec{e}$的方向上的投影为____________.

5. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^{n-2}+3^{n+1}}{3^n-2^n}$的值为_____________.

6. 在直角坐标系中，已知$A(2,3)$、$B(-4,0)$，点C为直线AB上一点，且$\overrightarrow{AB}=3\overrightarrow{AC}$，则点$C$的坐标是____________.

7. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$，$a_2=2$，且$a_n=\dfrac{a_{n-1}}{a_{n-2}}(n\geq 3)$，则$a_{2014}=$________.

8. 已知各项均为正实数的等比数列$\{a_n\}$，若$\overrightarrow{OB}=a_3\overrightarrow{OA}+a_{17}\overrightarrow{OC}$，且$A$、$B$、$C$三点共线（该直线不过点$O$），则$a_{10}$的最大值为________.

9. $1+\dfrac{1}{1+2}+\dfrac{1}{1+2+3}+\cdots+\dfrac{1}{1+2+3+\ldots+n}$的值为_____________。

10. 向量的数量积性质：$\vec{a}\cdot\vec{b}\leq|\vec{a}||\vec{b}|$可以用来解决某些最值问题，如：已知$m^2+n^2=1, x^2+y^2=4$，求$mx+ny$的最大值．只需令$\vec{a}=(m,n), \vec{b}=(x,y)$，则$|\vec{a}|=1, |\vec{b}|=2$，$mx+ny=\vec{a}\cdot\vec{b}\leq|\vec{a}||\vec{b}|=1\times 2=2$．利用此方法解决下面问题：

   已知$x,y\in R^+$，且$x+y=10$，则$\sqrt{x}+2\sqrt{y}$的最大值等于___________.

11、已知数列$\{a_n\}$中，$a_{n+1}-a_n=(-1)^n\cdot n$，若$a_1=3$，则$a_{100}=$_____________

12. 已知向量序列：$\overrightarrow{a_1},\overrightarrow{a_2},\cdots,\overrightarrow{a_n}\cdots$ 满足如下条件：$|\vec{d}|=\dfrac{1}{2}$，$2\overrightarrow{a_1}\cdot\vec{d}=-1$，且 $\overrightarrow{a_n}-\overrightarrow{a_{n-1}}=\vec{d}$（$n=2,3,4,\cdots$）.若 $\overrightarrow{a_1}\cdot\overrightarrow{a_k}=\dfrac{7-k}{2}$，则 $|\overrightarrow{a_1}|$ 的值为__________.

二、选择题：（本大题共 4 小题，每小题 4 分，满分 16 分）.

13. 无穷等比数列 $\{a_n\}$ 中，首项 $a_1<0$，若 $\{a_n\}$ 是递增数列，则公比 q 满足（　　）

A. $q>1$　　B. $0<q<1$　　C. $-1<q<0$　　D. $q<-1$

14. 在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^\circ$，$AC=4$，则 $\overrightarrow{AB}\bullet\overrightarrow{AC}$ 等于（　　）

A. -16　　B. -8　　C. 8　　D. 16

15、数列 $\{a_n\}$ 中，$a_n=\begin{cases}\dfrac{1}{n^2}, & 1\leqslant n\leqslant 1000,\\ \dfrac{n^2}{n^2-2n}, & n\geqslant 1001,\end{cases}$ 则数列 $\{a_n\}$ 的极限值……………………………（　　）

A．等于0　　B．等于1　　C．等于0或1　　D．不存在

16. 设 $f(x)$ 是定义在正整数集上的函数，且 $f(x)$ 满足："当 $f(k)\le k^2$ 成立时，总可推出 $f(k+1)\le(k+1)^2$ 成立". 那么，下列命题总成立的是（　　）

A. 若 $f(2)\le 4$ 成立，则当 $k\ge 1$ 时，均有 $f(k)\le k^2$ 成立

B. 若 $f(4)\le 16$ 成立，则当 $k\le 4$ 时，均有 $f(k)\le k^2$ 成立

C. 若 $f(6)>36$ 成立，则当 $k\ge 7$ 时，均有 $f(k)>k^2$ 成立

D. 若 $f(7)=50$ 成立，则当 $k\le 7$ 时，均有 $f(k)>k^2$ 成立

三、解答题（本大题满分 48 分，必须写出必要的步骤）.

17.（本题满分 8 分）已知关于 x、y 的二元一次方程组 $\begin{cases}2x+ty=3\\(t-1)x+y=t-2\end{cases}$ $(t\in R)$ 有无穷多组解，求 t 的值.

18. （本题满分 8 分）已知$\left\{a_n\right\}$为等差数列，且$a_1+a_3=8$，$a_2+a_4=12$．

（1）求$\left\{a_n\right\}$的通项公式；（4 分）

（2）记$\left\{a_n\right\}$的前n项和为S_n，若a_1、a_k、S_{k+2}成等比数列，求正整数k的值．（4 分）

19. （本题满分 10 分）设两个向量$\vec{a}=\left(\lambda+2,\lambda^2-\cos^2\alpha\right)$和$\vec{b}=\left(m,\dfrac{m}{2}+\sin\alpha\right)$，其中$\lambda$、$m$、$\alpha$为实数，且$\vec{a}=2\vec{b}$．

（1）试用m表示λ；（2 分）

（2）求实数m的取值范围；（3 分）

（3）当实数m取得最大值时，求向量$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角．（3 分）

20（10 分）．已知向量$\vec{a}=\left(x^2+1\text{ , }-x\right)$，$\vec{b}=\left(1\text{ , }2\sqrt{n^2+1}\right)$ （n为正整数），

函数$f(x)=\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}$，设$f(x)$在$(0,\ +\infty)$上取最小值时的自变量$x$取值为$a_n$．

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式（4 分）；

（2）已知数列$\{b_n\}$，对任意正整数n，都有$b_n\cdot(4{a_n}^2-5)=1$成立，设S_n为数列$\{b_n\}$的前n项和，

求$\lim\limits_{n\to\infty}S_n$；（6 分）

21. （本题满分 12 分）已知数列$\left\{a_n\right\}$满足$a_2=6$，$\dfrac{a_{n+1}-a_n+1}{a_{n+1}+a_n-1}=\dfrac{1}{n}(n\in N^*)$．

（1）求a_1、a_3、a_4、a_5的值；（3 分）

（2）)猜想数列$\left\{a_n\right\}$的通项公式a_n，并用数学归纳法证明你的猜想；（5 分）

（3）设$b_n=\dfrac{a_n}{n\cdot 2^n}(n\in N^*)$，求数列$\left\{b_n\right\}$的前$n$项和$S_n$．（4 分）

四、附加题（本大题共 2 题，每题 10 分，满分 20 分）

1．歌德巴赫（Goldbach．C．德．1690—1764）曾研究过“所有形如$\dfrac{1}{(n+1)^{m+1}}$（m，n为正整数）的分数之和”问题．为了便于表述，引入记号：

$$\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{1}{(n+1)^{m+1}}=\left(\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\frac{1}{2^4}+\cdots\right)+\left(\frac{1}{3^2}+\frac{1}{3^3}+\frac{1}{3^4}+\cdots\right)+\cdots$$
$$+\left(\frac{1}{(n+1)^2}+\frac{1}{(n+1)^3}+\frac{1}{(n+1)^4}+\cdots\right)+\cdots$$

写出你对此问题的研究结论：______________（用数学符号：即引入的记号表示）。

2.已知数列$\left\{a_n\right\}$，对于任意的正整数n，$a_n=\begin{cases}1, & (1\le n\le 2009)\\ -2\cdot\left(\dfrac{1}{3}\right)^{n-2009}, & (n\ge 2010)\end{cases}$，设$S_n$表示数列$\left\{a_n\right\}$的前$n$项和。下列关于$\lim\limits_{n\to\infty}S_n$的结论，正确的是（　　）

A．$\lim\limits_{n\to\infty}S_n=-1$　　B．$\lim\limits_{n\to\infty}S_n=2008$

C．$\lim\limits_{n\to\infty}S_n=\begin{cases}2009\,(1\le n\le 2009)\\ -1\quad(n\ge 2010)\end{cases}\left(n\in N^*\right)$　　D．$\lim\limits_{n\to\infty}S_n=2009$